09 1991

3

1

4

ТУ–19–241–82

5

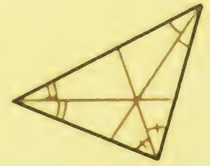
2


студия
ДИАФИЛЬМ

СВОЙСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Диафильм по геометрии для VI класса

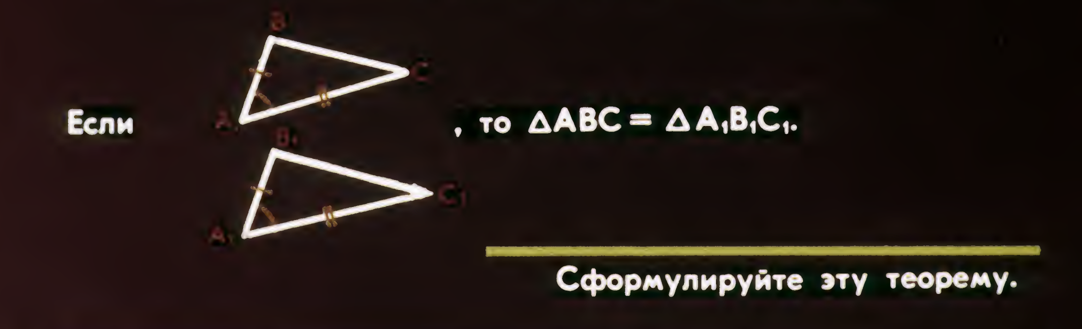








Первый признак равенства треугольников



Если , то $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

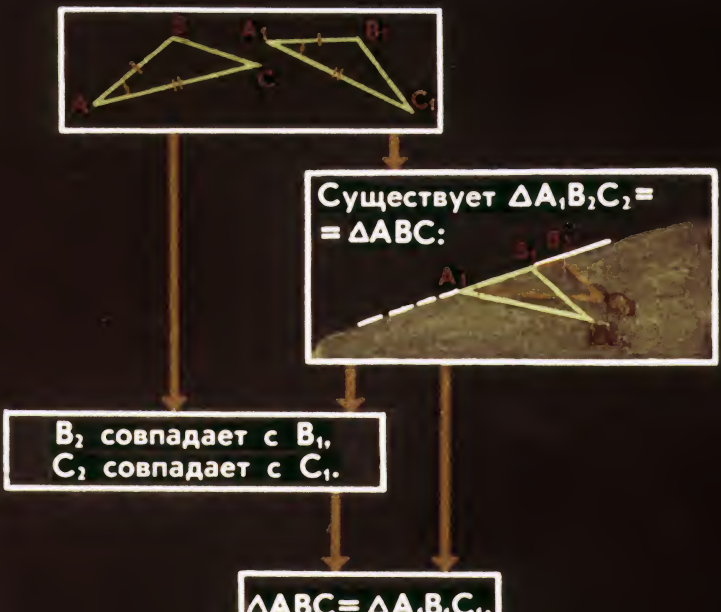
Сформулируйте эту теорему.

В каком случае $\Delta EKM = \Delta E_1K_1M_1$ по первому признаку равенства?



Попробуйте объяснить приведенное доказательство.

Условие:



Заключение:

Проведите доказательство, обосновывая каждый вывод ссылкой на соответствующую аксиому.

Условие:

B, A_1, B_1, C, A, C_1

Существует $\Delta A_1B_2C_2 = \Delta ABC$:

B, B_1, A_1, C_1

1. B_2 совпадает с B_1,
2. A_1C_2 совпадает с A_1C_1

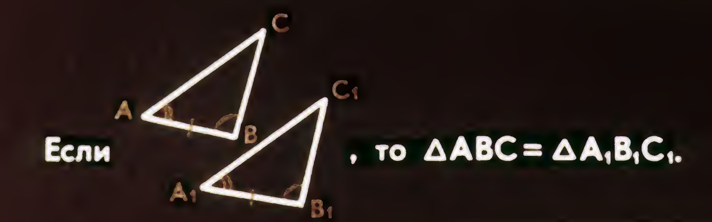
B_2 совпадает с B_1,
C_2 совпадает с C_1

Заключение:

$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Второй признак равенства треугольников

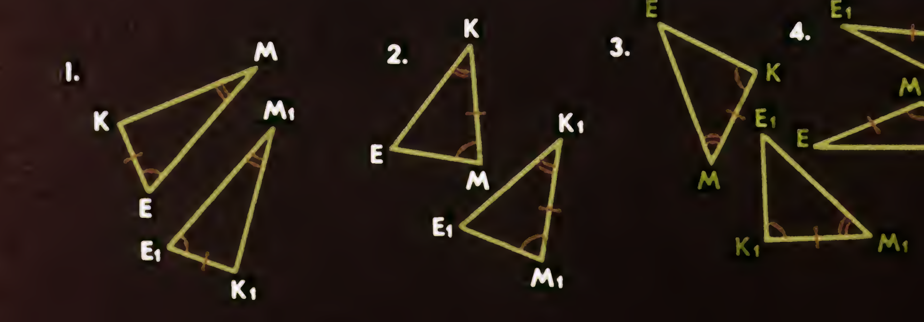
Если



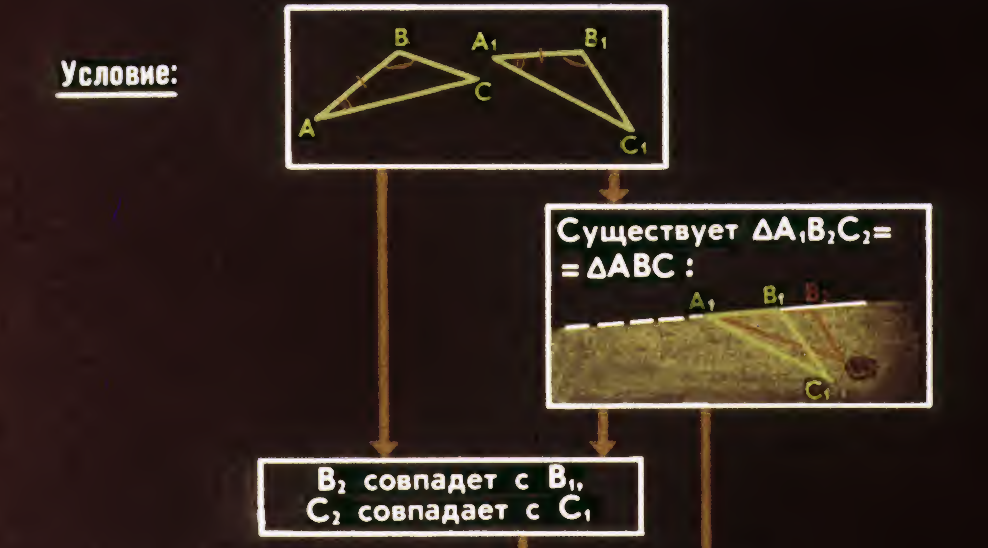
, то $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

Сформулируйте эту теорему.

В каком случае $\Delta EKM = \Delta E_1K_1M_1$ по второму признаку равенства?



Попробуйте объяснить приведенное доказательство.

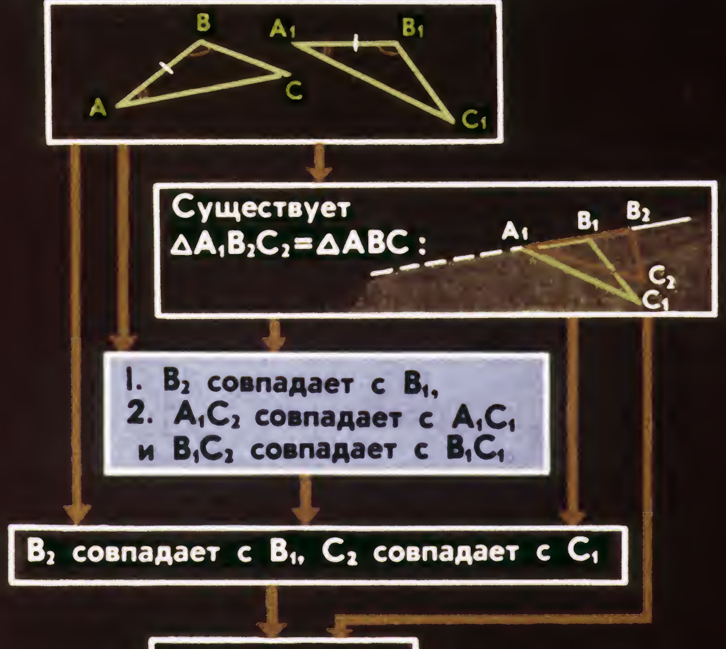


Заключение:

$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Проведите доказательство, обосновывая каждый вывод ссылкой на соответствующую аксиому.

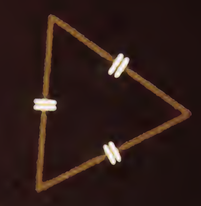
Условие:



Заключение:

Равнобедренный треугольник





Равносторонний.

В каких случаях △KMP — равнобедренный?
Назовите в этих случаях боковые стороны и основание.

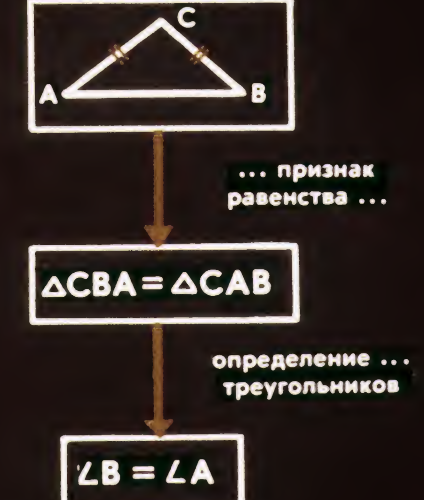
1. KM = 2, MP = 5, KP = 5;
2. KM = 5, MP = 3, KP = 4;
3. KM = 2, MP = 2, KP = 2;
4. KM = 4, MP = 2, KP = 4;
5. KM = 3, MP = 2, KP = 2.

Теорема.

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.

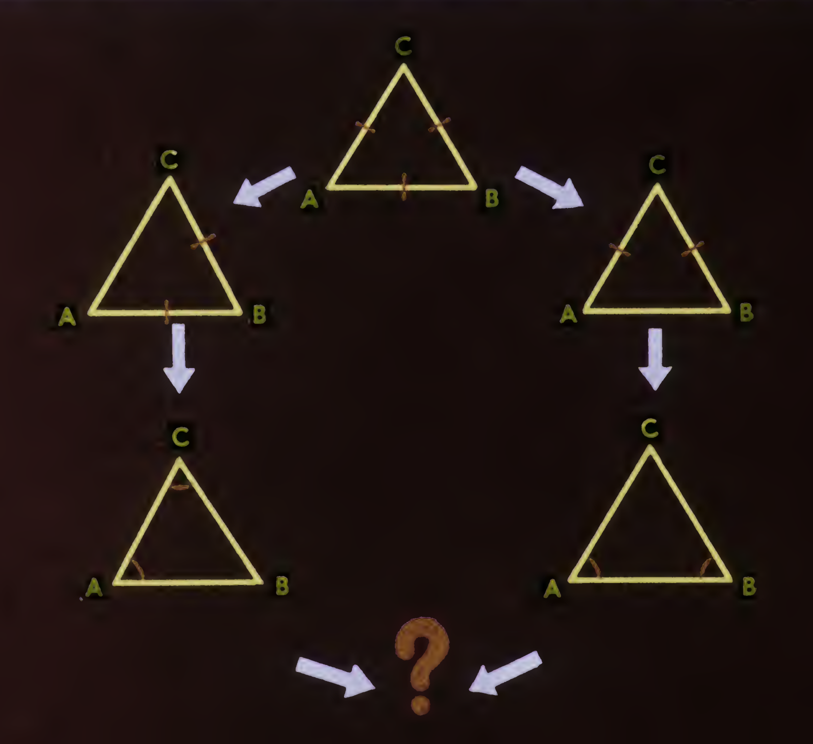
Докажите эту теорему, используя схему:

Условие:



Заключение:

Используя доказанную теорему, докажите, что
в равностороннем треугольнике все углы равны.

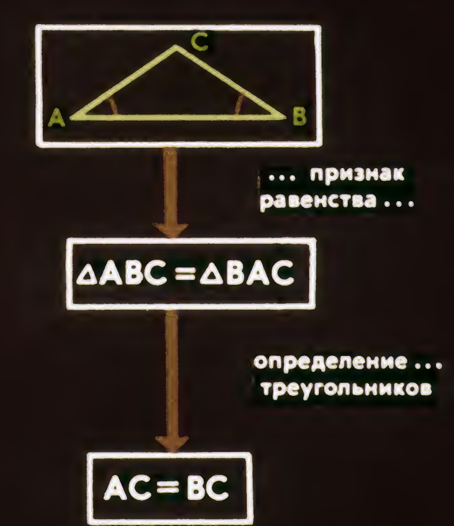


Теорема.

Если в треугольнике два угла равны, то он равнобедренный.

Докажите эту теорему, используя схему:

Условие:



Заключение:

Посмотрите на эти две теоремы. Что вы заметили?

1. Если [равнобедренный треугольник], то [углы при основании равны].

2. Если [углы при основании равны], то [равнобедренный треугольник].

Условие — Заключение

Эти теоремы можно записать в общем виде так:

1. $A \rightarrow B$

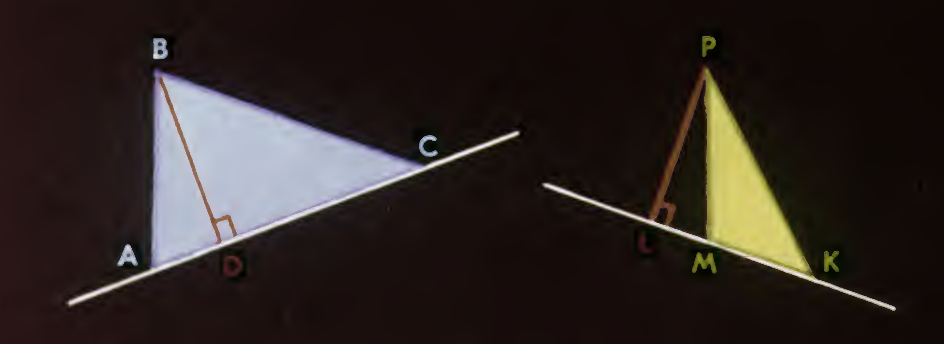
2. $B \rightarrow A$

Такие теоремы называются *взаимно обратными.*

Сформулируйте и докажите теорему, обратную утверждению о том, что в равностороннем треугольнике все углы равны.

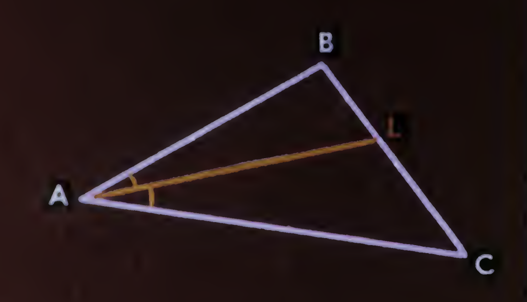


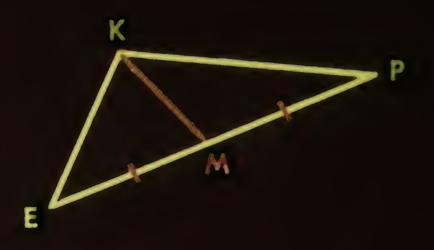
Медиана, биссектриса и высота треугольника



Отрезок BD—*высота* △ABC, отрезок PL—*высота* △PMK.

Сформулируйте определение высоты треугольника, опущенной из данной вершины.





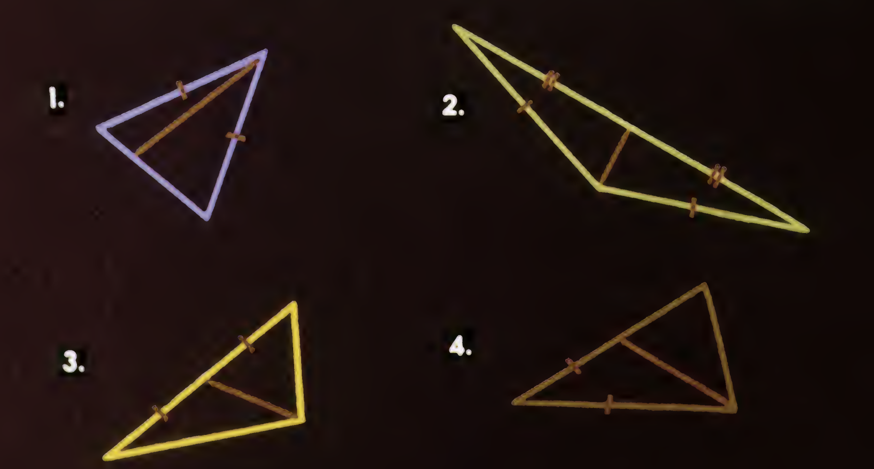
AL—*биссектриса* ΔABC, проведенная из вершины A.

KM—*медиана* ΔEKP, проведенная из вершины K.

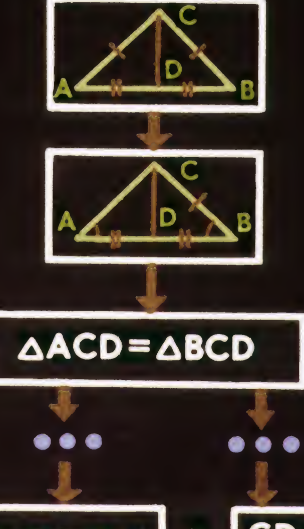
Сформулируйте определение биссектрисы и медианы треугольника.

Теорема. В равнобедренном треугольнике медиана, проведенная к основанию, является биссектрисой и высотой.

Выделите условие и заключение этой теоремы. Какой из чертежей соответствует ее условию?



Условие:

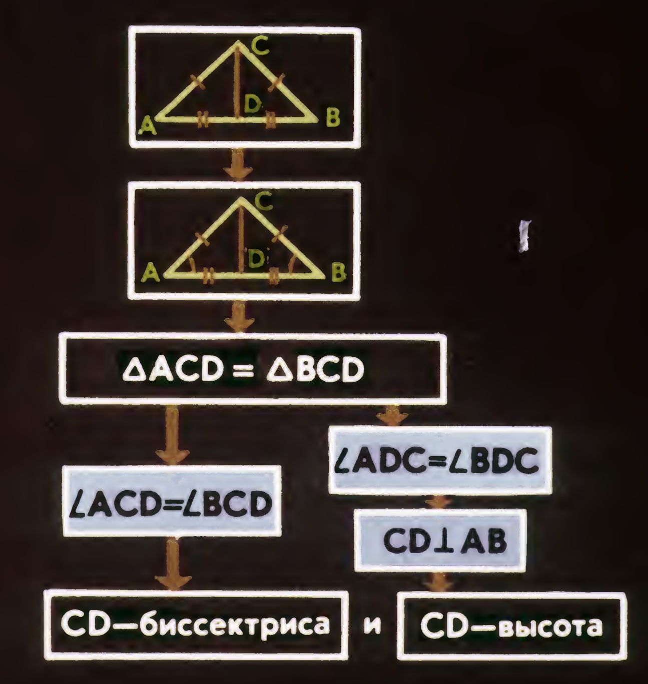


Заключение: CD—биссектриса и CD—высота

Объясните сделанные выводы и попробуйте закончить доказательство.

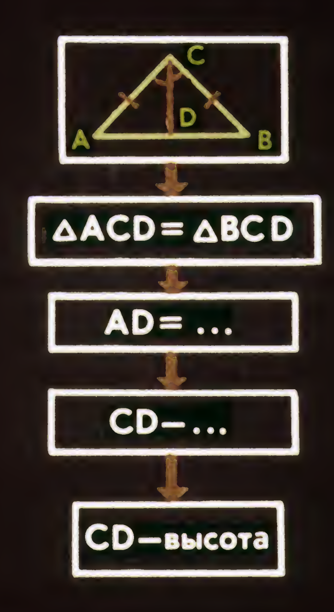
Проверьте свое доказательство.

Условие:

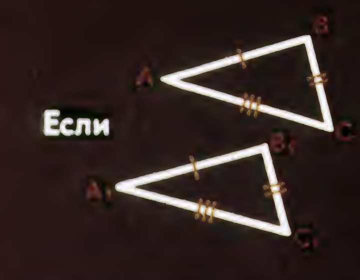


Заключение:

Докажите, что биссектриса равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является медианой и высотой.



Третий признак равенства треугольников

Если 

, то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Сформулируйте эту теорему.

В каком случае $\triangle EKM = \triangle E_1K_1M_1$ по третьему признаку равенства?

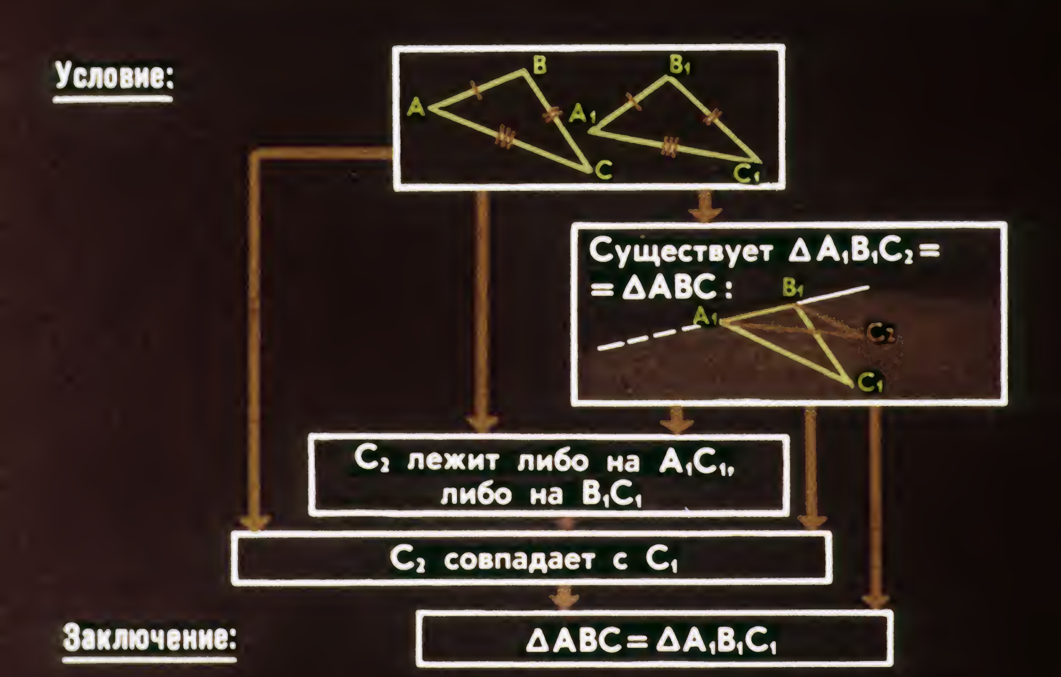
1. K, E, M, E_1, K_1, M_1

2. K, E, M, E_1, K_1, M_1

3. $K(K_1)$, E, E_1, $M(M_1)$

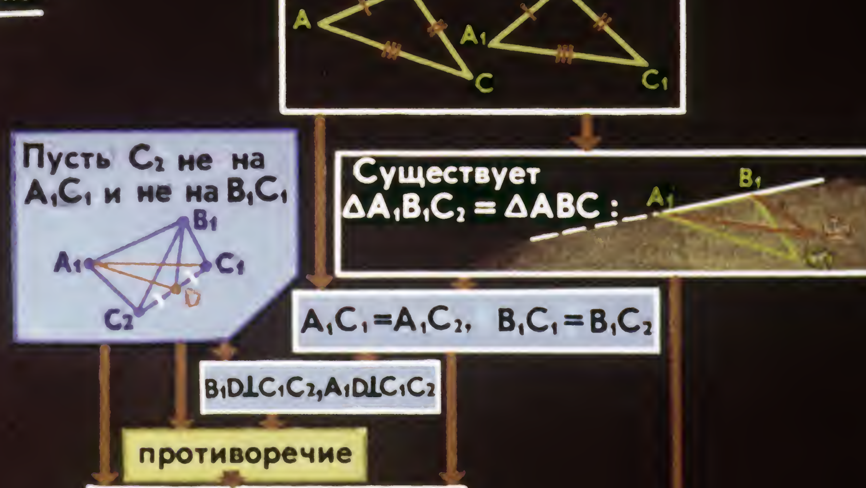
4. K, E, M, E_1, K_1, M_1

Попробуйте объяснить приведенное доказательство.



Проведите доказательство по схеме.

Условие:



Заключение: $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

$AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle C = \angle C_1 = 90°$.

Доказать:

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.



Решение.

1. Пусть $CD = AC$ и $C_1D_1 = A_1C_1$.
2. $\triangle ABC = \triangle DBC$ и $\triangle A_1B_1C_1 = \triangle D_1B_1C_1$ по I признаку.
3. $AB = DB$, $A_1B_1 = D_1B_1$.
4. $\triangle ABD = \triangle A_1B_1D_1$ по III признаку.
5. $\angle A = \angle A_1$.
6. $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ по I признаку.

Объясните это решение.

Признаки параллельности прямых

1. Если $a \parallel c$ и $b \parallel c$, то $a \parallel b$.

Объясните, какая аксиома используется в следующем доказательстве этого признака.

Условие: $a \parallel c$, $b \parallel c$

Предположим противное:

Через C проходят $a \parallel c$ и $b \parallel c$,

противоречие

Заключение: $a \parallel b$



Прямая AC—*секущая.*
∠BAC и ∠DCA—*внутренние односторонние* (B *и* D—в одной полуплоскости); ∠BAC и ∠KCA—*внутренние накрест лежащие* (B и K—в разных полуплоскостях).

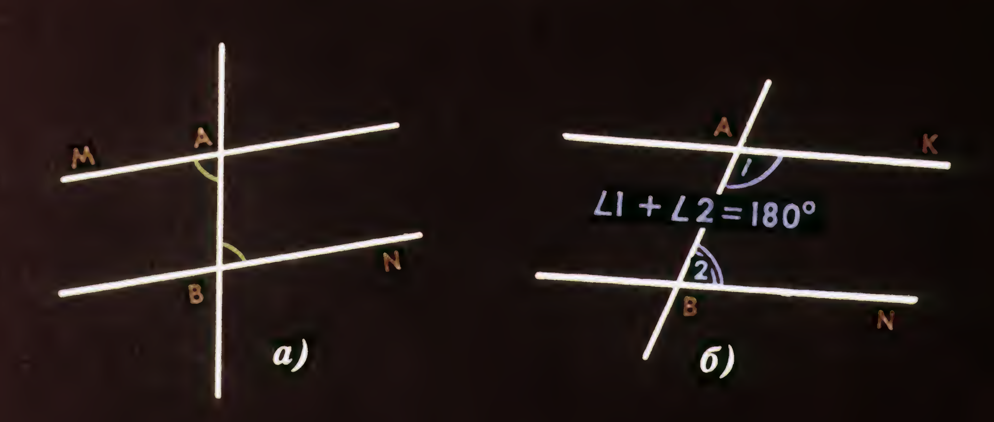
Какие еще пары внутренних односторонних и внутренних накрест лежащих углов образует секущая AC с прямыми AB и CD?

Докажите:

1. Если ∠1 = ∠2, то ∠3 = ∠4 и ∠1 + ∠4 = ∠3 + ∠2 = 180°.
2. Если ∠1 + ∠4 = 180°, то ∠3 + ∠2 = 180°, ∠1 = ∠2 и ∠3 = ∠4.



2. Если внутренние накрест лежащие углы равны или сумма внутренних односторонних углов равна 180°, то прямые параллельны.

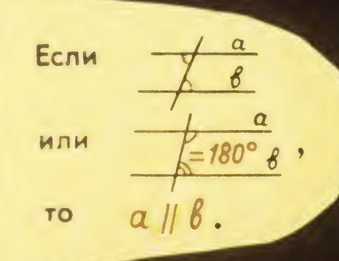


Объясните, почему безразлично, какое из этих утверждений доказывать; выделите в каждом из них условие и заключение.



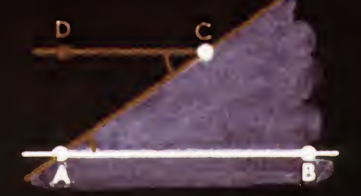
Попробуйте объяснить это доказательство.

Используя доказанный признак параллельности, объясните решение задачи.

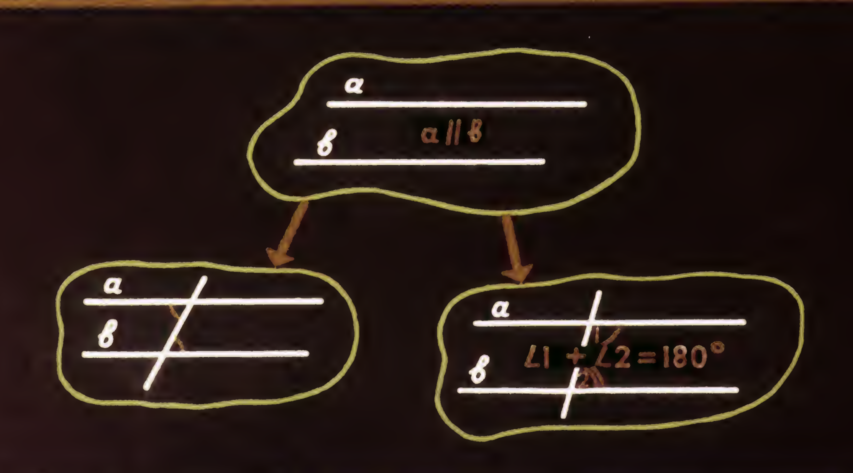


Дано: AB; C не лежит на AB.
Доказать: через C можно провести прямую, параллельную AB.

Решение.
1. Пусть $\angle ACD = \angle CAB$.
2. Тогда $CD \parallel AB$.



Теорема. Если прямые параллельны, то внутренние накрест лежащие углы равны, а сумма внутренних односторонних углов равна 180°.

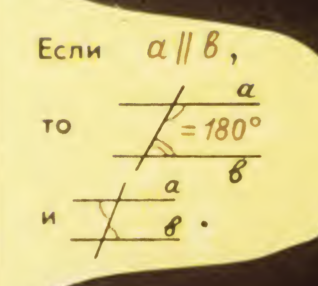


1. Объясните, почему эта теорема обратна признаку параллельности.
2. Объясните, почему достаточно доказать только одно из утверждений, содержащихся в заключении теоремы.

Объясните доказательство теоремы.



Используя доказанную теорему, объясните решение задачи.



Дано: $\angle ABC = 80°$, $\angle BCD = 120°$.
Может ли быть, что $AB \parallel CD$?

Решение. Пусть $AB \parallel CD$. Тогда:

1. Либо ... либо



2. Значит, либо
$\angle ABC + \angle BCD = 180°$, либо $\angle ABC = \angle BCD$.
3. Но $\angle ABC + \angle BCD = 200°$ и $\angle ABC \neq \angle BCD$.

Ответ: $AB \nparallel CD$.

Докажите, что:

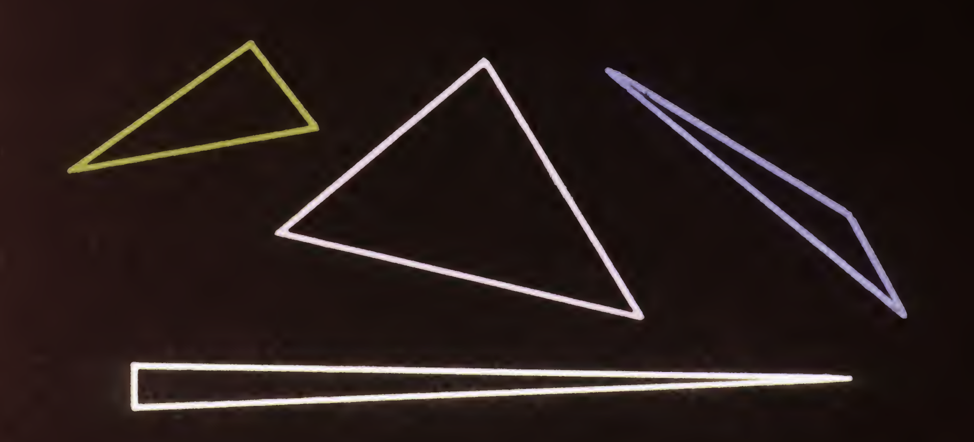
1. Если $a \perp c$ и $b \perp c$, то $a \parallel b$.



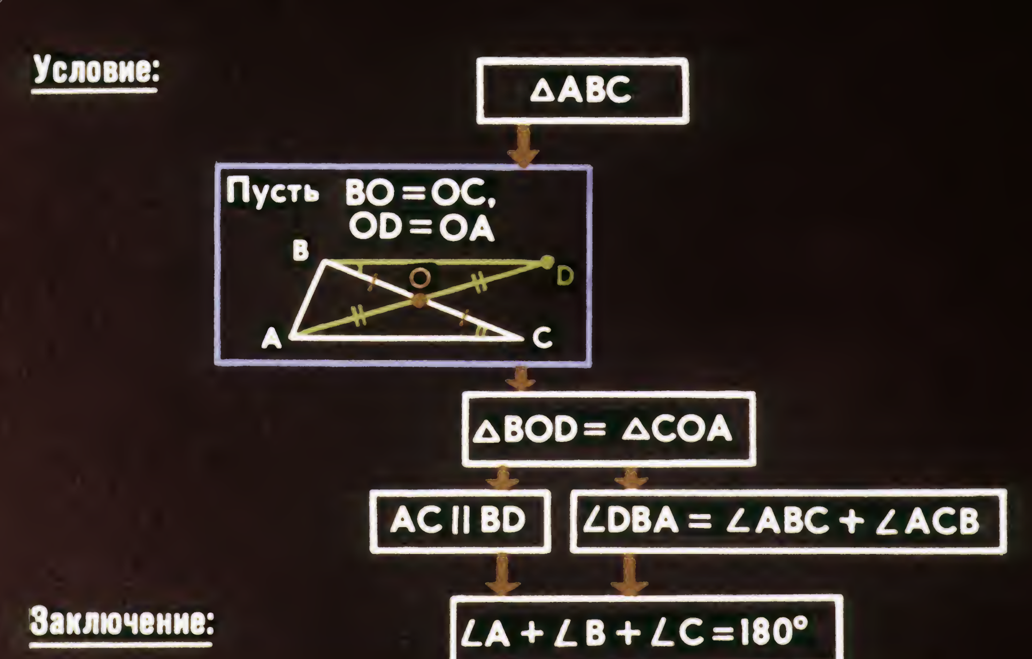
2. Если $a \parallel b$ и $c \perp a$, то $c \perp b$.



Теорема. Сумма углов треугольника равна 180°.

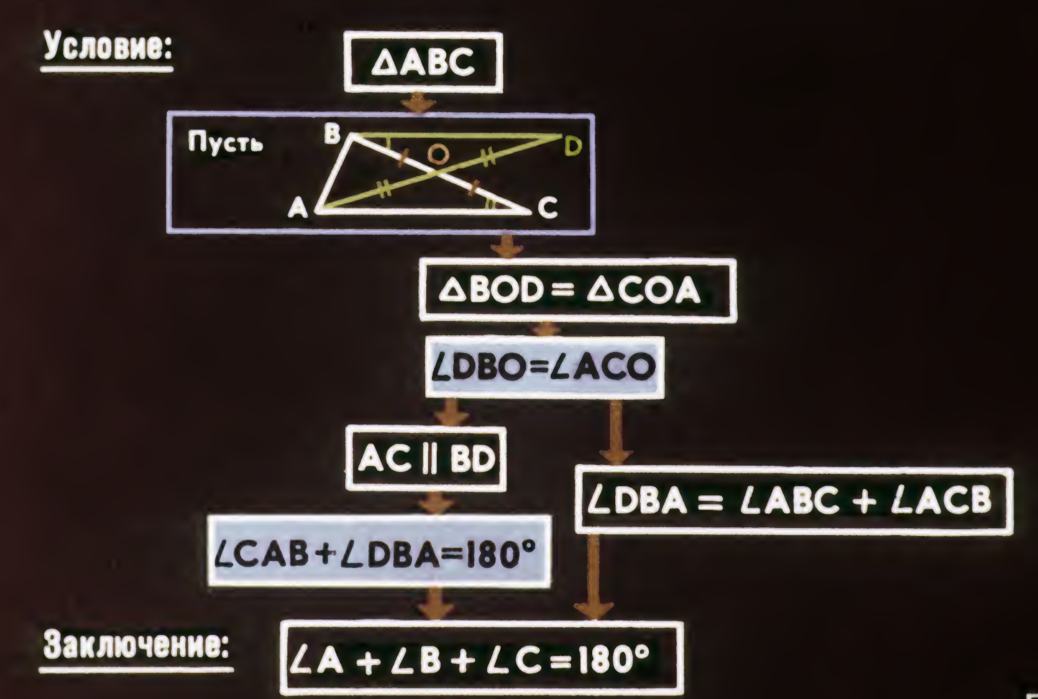


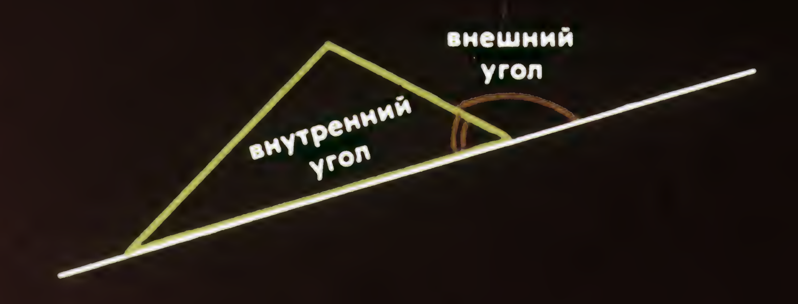
Может ли в треугольнике быть только один острый угол?



Попробуйте объяснить это доказательство.

Проведите доказательство по схеме.

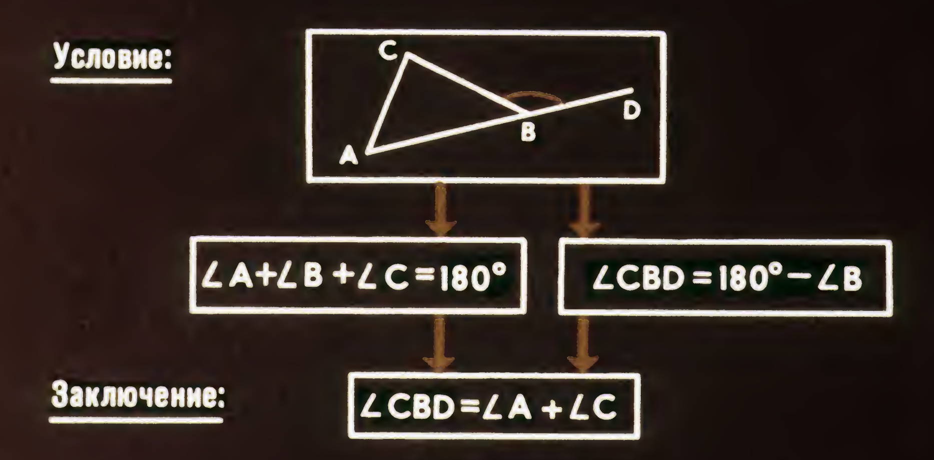




Теорема. Внешний угол треугольника равен сумме внутренних углов, не смежных с ним.

Выделите в этой теореме условие и заключение.

Докажите теорему о внешнем угле треугольника.

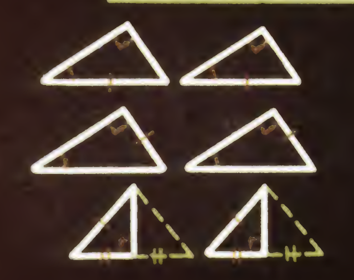


Объясните, почему внешний угол треугольника больше любого внутреннего угла, не смежного с ним.

Прямоугольный треугольник



Признаки равенства прямоугольных треугольников:



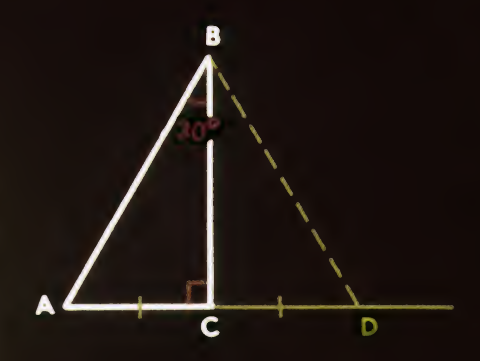
1. По гипотенузе и острому углу.
2. По катету и противолежащему углу.
3. По гипотенузе и катету.

Докажите эти признаки.

Доказать, что в прямоугольном треугольнике с углом 30° катет, противолежащий этому углу, равен половине гипотенузы.

Решение.

1. $\angle A = 60°$.
2. Пусть $CD = AC$.
3. $\Delta ABC = \Delta DBC$.
4. $\angle D = \angle A = 60°$, $\angle DBC = \angle CBA = 30°$.
5. $\angle B = 60°$.
6. $AB = BD = DA$.
7. $AC = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} AB$.



Объясните это решение.

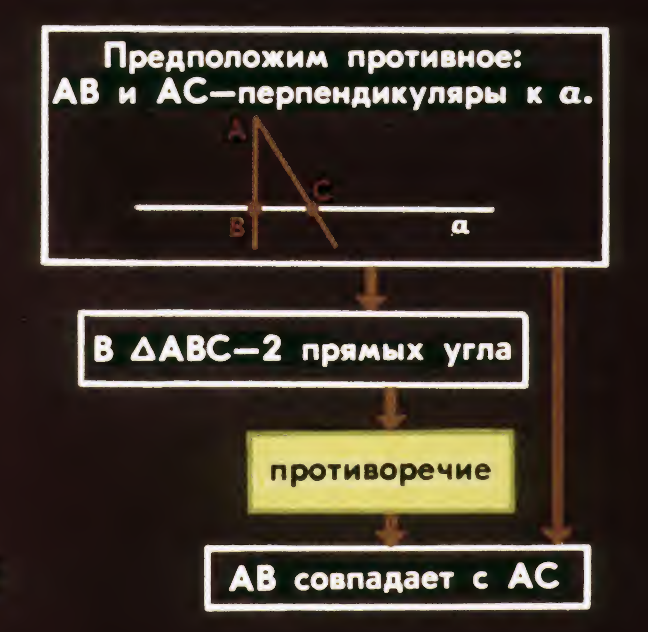
Теорема. Из точки, не лежащей на прямой, можно опустить на эту прямую перпендикуляр, и только один.

I. Используя схему, докажите существование перпендикуляра к прямой.



2. Докажите *единственность* перпендикуляра к прямой.

Условие:



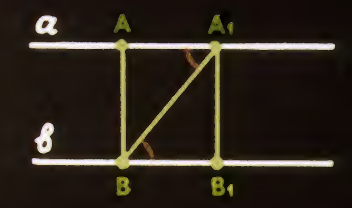
Заключение:

AB—расстояние от точки A до прямой

Объясните решение следующей задачи:

Дано: $a \parallel b$, A и A_1 лежат на a, $AB \perp b$, $A_1B_1 \perp b$.
Доказать: $AB = A_1B_1$.

Решение:
1. $\angle AA_1B$ и $\angle B_1BA_1$ — внутренние накрест лежащие.
2. $\angle AA_1B = \angle B_1BA_1$.
3. $\Delta AA_1B = \Delta B_1BA_1$.
4. $AB = A_1B_1$.



AB называется расстоянием между a и b.

К сведению учителя

Диафильм предназначен для объяснения нового материала при изучении параграфов «Признаки равенства треугольников» и «Сумма углов треугольника» учебника «Геометрия 6—10» А. В. Погорелова.

Диафильм разбит на фрагменты в соответствии с пунктами указанных параграфов; конец фрагмента отмечен знаком ▲. Как правило, доказательство теоремы представляется в двух видах: с меньшей и с большей степенью подробности. Учитель может сначала изложить доказательство, фиксируя лишь основные моменты, а затем (при желании!) разобрать каждый момент более подробно по следующему кадру. Следует иметь в виду, что в диафильме нигде не приводятся ссылки на аксиомы и теоремы: учитель должен разъяснять эти ссылки на удобном ему уровне строгости.

КОНЕЦ

Диафильм создан по программе,
утвержденной Министерством просвещения СССР

Автор кандидат педагогических наук
Е.Б. АРУТЮНЯН
Художник-оформитель
В. И. ЕРМОЛАЕВА
Редактор
И.П. КРЕМЕНЬ

Д-211-86

103062, Москва, Старосадский пер., 7

Цветной